

注意：①作答前應先檢查答案卷，測驗入場通知書編號、座位標籤、應試科目是否相符，如有不同應立即請監試人員處理。使用非本人答案卷作答者，該節不予計分。
②本試卷為一張雙面，非選擇題共 4 大題，請參考各題配分，共 100 分。
③非選擇題限以藍、黑色鋼筆或原子筆於答案卷上採橫式作答，並請依標題指示之題號於各題指定作答區內作答。
④請勿於答案卷上書寫姓名、入場通知書編號或與答案無關之任何文字或符號。
⑤本項測驗僅得使用簡易型電子計算器(不具任何財務函數、工程函數、儲存程式、文數字編輯、內建程式、外接插卡、攝(錄)影音、資料傳輸、通訊或類似功能)，且不得發出聲響。應考人如有下列情事扣該節成績 10 分，如再犯者該節不予計分。1.電子計算器發出聲響，經制止仍執意續犯者。2.將不符規定之電子計算器置於桌面或使用，經制止仍執意續犯者。
⑥答案卷務必繳回，未繳回者該節以零分計算。

第一題：

台積電晶圓十五 A 廠在民國 106 年串聯上游的弱勢生產者、中游台積員工的愛心團購及下游的物資需求者，建構台積愛心供應鏈，啟動三贏的全新公益模式。

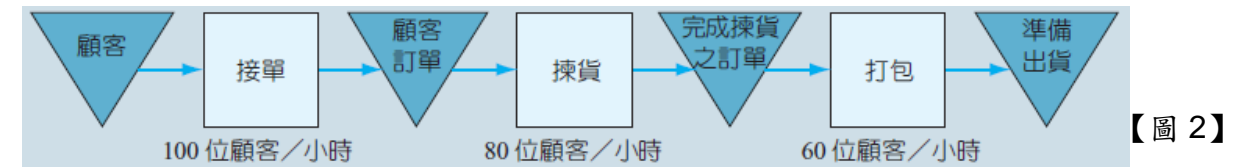
台積志工與盛產小農及弱勢生產者接洽，提供最直接的幫助。公司內部建立平台，使同仁能輕易購買及捐贈，並透過志工將上游農作物親手送給弱勢族群物資需求團體，包含對年長者及偏鄉小學的關懷。民國 106 年，台積電同仁共認購近 3,000 顆高麗菜及超過 10 萬根香蕉，捐贈八個基金會、近 9,000 個家庭。

台積志工很感謝台積電同仁這次出手相助，讓志工們的辛勤有了收穫，愛心供應鏈受益蕉農奶奶手捧著香蕉，笑得非常開心，奶奶的喜悅及感恩，在場的志工全感受到了。

請根據上述故事，架構出一個台積電的愛心供應鏈系統。【30 分】

第二題：

沃立公司的倉庫從上午 7 點至下午 7 點接受顧客的訂單，其流程圖如【圖 2】所示。完成一張顧客訂單，必須進行三項步驟：接單、揀貨，及打包，以準備出貨給顧客。通常每張訂單可在隔天出貨，這表示必須在下班前完成當日所有訂單的揀貨與打包作業。



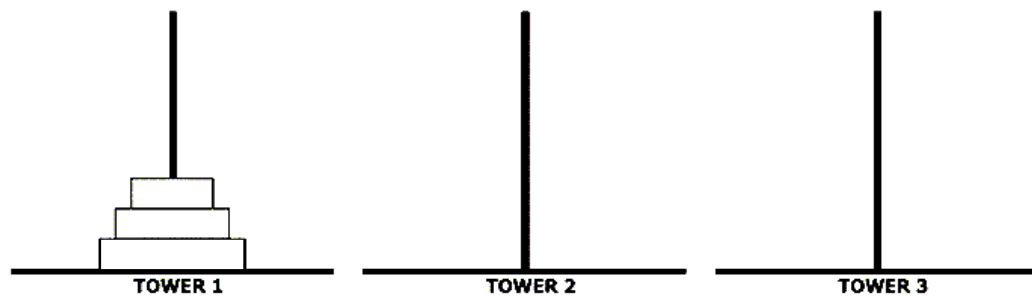
請回答下列問題：

- (一) 流程的最大訂單處理量是多少？【3 分】
- (二) 在最大的訂單處理量下，揀貨與打包作業一天的工作時數各是多少？【3 分】
- (三) 等待揀貨的訂單張數最高是多少？【3 分】
- (四) 等待打包的訂單張數最高是多少？【3 分】
- (五) 若將打包作業的作業能量增加一倍（從 60 訂單／小時增加為 120 訂單／小時），則前述（一）、（二）、（三）、（四）題的答案會有何改變？【各小題 2 分】

第三題：

河內塔(The Tower of Hanoi)是由艾德華·盧卡斯(Édouard Lucas)在 1883 年提出的一個數學遊戲，至今已經超過一百年歷史。河內塔由三根柱子和許多不同大小的圓盤組成。這個難題從一個整齊堆疊在一根柱子上的圓盤開始。首先在一根柱子上，所有的圓盤按照大小的順序，由下而上，依照大到小的順序放置在此根柱子上(最小的在頂部，最大的在底部)。這個遊戲的目的是將所有的圓盤移動到另一根柱子上。但移動過程必須遵循以下規則：

- 一次只能移動一個圓盤。
- 每次只有放在柱子最上層的那個圓盤可以被移動。
- 任何時候，大的圓盤不能疊在小的圓盤上面，也就是圓盤必須由下而上，依照大到小的順序放置。
- 最終所有圓盤依照此規則，移到另一根柱子上。



- (一) 假設只有三個圓盤依序堆疊在柱子 1，若要將此三個圓盤按遊戲規則移動到柱子 3，請問最少需要移動幾次？【5 分】
- (二) 假設有五個圓盤依序堆疊在柱子 1，要將此五個圓盤按遊戲規則移動到柱子 3，請問最少需要移動幾次？【5 分】
- (三) 遞迴關係(recurrence relation)，是一種遞迴地定義一個序列的方程式：序列的每一項定義為前面一項或多項的函數。例如序列 1,2,3,5,8,13,21,34,55,...。若用 $a(n)$ 表示第 n 項的值。此序列的第一項為 $a(1)=1$ ，第二項 $a(2)=2$ ，第三項則為 $a(3)=a(2)+a(1)$ 。依此類推，當 $n>2$ 時，第 n 項為 $a(n)=a(n-1)+a(n-2)$ 。此為序列 $a(n)$ 的遞迴關係。不同序列，可能會有不同的遞迴關係式。
- 回到我們的河內塔遊戲。假設有 n 個圓盤依序堆疊在柱子 1，將其移動到柱子 3 需要移動最少 $f(n)$ 次。則 $n-1$ 個圓盤就需移動最少 $f(n-1)$ 次。依此類推。請找出 $f(n)$ 和 $f(n-1)$ 及/或 $f(n-2)$, ... $f(2)$, $f(1)$ 的遞迴關係。並請解釋你所找出的關係。【10 分】
- (四) 請利用第(三)題所找出的遞迴關係，將其展開，即可找出計算移動次數的規則。最後，請求出當 $n=64$ 時， $f(64)$ 的解為多少(也就是 64 個圓盤的河內塔需要移動幾次才能將 64 個圓盤全部移動到另一根柱子)。【10 分】

第四題：

韓信是著名的軍事理論家，在中國歷史上以卓絕用兵才能著稱。韓信一開始麾下僅有 9 個士兵，我們以數字 1,2,3,4,5,6,7,8,9 代表這 9 位士兵。有一天，韓信要這 9 位士兵以三人為一伍，每天以伍為單位向他報到。且每一天，每一伍的組成皆不能相同。例如，1、2 及 3 三人第一天如果在同一伍的話，第二天以後 1 就不能再和 2 或 3 在同一伍，依此類推。9 個人以 3 人為一伍，所以共分成了 3 伍。假設 $\{a,b,c\}$ 代表 a,b,c 三人為一伍。第一天的 3 個伍的組成分別為 $\{1,2,3\}$, $\{4,5,6\}$, 以及 $\{7,8,9\}$ 。請問：

- (一) 請仿效第一天的寫法，以 $\{\}$ 表示一伍，找出第二天的 3 個伍的組成為何？(註：如有超過一個以上的解，寫出一組正確的解即可)【5 分】
- (二) 經過第一天以及第二天後，接下來請寫出第三天的三個伍為何？(註：同上題，如有超過一組解，只要寫出一組正確的解即可)【5 分】
- (三) 按照要求，任何兩人皆不能重複出現在同一伍的話，請問這樣的 3 人一伍報到的方式可以維持到第幾天而不會違反規則？請將第一天到最後一天，每天的組成寫出來。

請按天數寫。寫法參考如下

第一天： $\{1,2,3\}$, $\{4,5,6\}$, $\{7,8,9\}$

第二天： $\{\dots\}$, $\{\dots\}$, $\{\dots\}$

第三天： $\{\dots\}$, $\{\dots\}$, $\{\dots\}$

如還有，請往下繼續寫.... 【10 分】